

MANUALES REUS

ENSEÑANZA

METODOLOGÍA  
DE LA MATEMÁTICA

POR

José María Eyaralar



Precio: 12 pts.

INSTITUTO EDITORIAL REUS, S. A.  
CENTRO DE ENSEÑANZA Y PUBLICACIONES  
PRECIADOS, 5 Y 23, Y PUERTA DEL SOL, 12  
M A D R I D

ni poner piedrecillas, si el número que indican es el mismo que yo voy diciendo? ¡Al diablo las piedras!

Y aunque recogió algunas para poner en su zurrón, *dos* piedras grandes, *cuatro* medianas y *tres* piedrecillas, se fué muy ufano y ligero al cuidado del rebaño, y en adelante ya no usó más dedos ni piedras para contar, sino que se limitó, como había pensado, a cantar sus números cuando pasaban sus ovejas.

## CAPITULO VII

### METODOS ESPECIALES

#### I.—Enseñanza de la Matemática en el Método Froebel

227. Los principios.—El método de Froebel tiene, para la enseñanza de la Matemática, una importancia grandísima porque gracias a él se aplicaron a los niños muy pequeños y por vez primera los principios de *autodeterminación*, de *experiencia personal* y de *actividad libre*, suscitada por el ambiente, que habían de tener amplio desarrollo en Montessori, Decroly y Dewey y todo el moderno desenvolvimiento pedagógico.

Para Froebel, además, determinaba su método un desenvolvimiento ordenado, pasando de lo sencillo a lo compuesto propio al mismo tiempo de las formas geométricas y de la inteligencia infantil. Su fin era doble: Ejercitar a esta inteligencia en la *observación*, *análisis* y *comparación*, y realizar las *formas*, bien copiando, bien inventando formas tomadas del mundo ambiente, de carácter artístico o matemático.

La consecuencia de esto es que se adquirieran conocimientos y destrezas de tipo geométrico, pero que trascienden grandemente del campo propio de los párvulos, creando procedimientos adecuados para informar y aun para ser utilizados en edades más adelantadas.

Muchos maestros sucesores de Froebel quitaron al método una de sus más importantes cualidades: la de servir a la espontaneidad infantil, transformándolo en una serie de ejercicios en que el niño se limitaba a seguir, con más o menos agrado, al maestro, consecuencia natural si se tiene en cuenta la pasividad intelectual del niño y el deseo del mismo Froebel de realizar ejercicios de análisis y comparación que no era fácil resignarse a dejar implícitos.

De todos modos, los niños educados en el *Kindergarten*, aun sin los ejercicios un poco forzados a que aludimos, muestran una gran superioridad sobre sus compañeros en cuanto se refiere al aprendizaje de la Matemática.

**228. Los dones y su empleo.** — 1.º El primer don consta de 6 pelotas de diferentes colores distintos; habían de dar al niño la noción de unidad y de movimiento y estaban en unas bolsitas con un cordón. El maestro mostraba las esferitas, las nombraba, las distribuía y hacía notar su *forma*, y las *posiciones* que podían adoptar con relación al niño o la cajita en que se guardaban. El cordón daba la intuición de la línea en sus diferentes clases y posiciones.

2.º El segundo don consiste en una esfera, un cilindro y un cubo de igual altura con anillas en puntos diferentes y un cordón capaz de pasar por ellas.

Se compara la esfera con la pelota, el cubo con la esfera, y el cilindro con ambos. Se pregunta por objetos análogos. Suspendiéndolos por el cordón, se les hace girar rápidamente para ver cuáles y cómo engendran figuras, iguales a sí mismas o distintas.

3.º El tercer don está formado por 8 cubos coloreados dentro de una caja también cúbica. Permite hacer el repaso de esta forma; alguna construcción sencilla; dar una noción de números enteros y fraccionarios  $\left(\frac{1}{2} \frac{1}{4} \frac{1}{8}\right)$  y comparar las dimensiones con la superficie y el volumen (2 : 4; 2 : 8).

4.º El cuarto don lo constituyen 8 octoedros cuyas aristas están en la relación 1 : 2 : 3. Se utiliza para compararlos con las formas anteriores, analizar éstas, y reafirmar la noción de entero y quebrado intuitivamente e independiente de la forma cúbica anterior. Se prestan más a la obtención de formas combinadas.

5.º Las cajas de arquitectura formadas por 27 cubos, unos enteros y otros divididos según las diagonales del cuadrado en dos y en cuatro partes. Continúa el análisis y la comparación. Se adquiere la noción de todo y parte más claramente que antes por la disparidad de forma entre las partes y el todo. Se percibe la simetría y se practica el ensamblado. Las figuras que pueden construirse son cada vez más numerosas y variadas y más aún con el don 6.º formado por 27 ortocedros divididos en partes, unos según un plano de simetría transversal y otros longitudinalmente. Con esto se cierra la serie de los dones destinadas al conocimiento de los sólidos.

6.º Los dones 7, 8 y 9 están dedicados a las superficies. Constan de cuadrados enteros y divididos paralelamente a los lados de 2 a 10 partes, de triángulos rectángulos isósceles, de triángulos rectángulos y obtusángulos obtenidos por la división de un rombo, uno de cuyos ángulos

valiese 60°. Todos brillantemente colorecados, y con ellos se realizan las mismas operaciones de observación, análisis, comparación y construcción de formas.

7.º Los dones del 10 al 12 están dedicados a estudio de las líneas y se hallan constituidos por listoncitos de 25 cm. de largo, palitos de 10 cm.



Fig. 52.



Fig. 53.

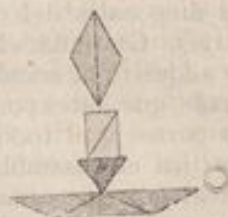


Fig. 54.

y anillos de cartón, enteros unos y divididos otros en  $\frac{1}{2}$  y  $\frac{1}{4}$ . Con ellos pueden realizarse todas las posiciones de las líneas, adiestrarse en contar y obtener formas variadísimas.

8.º Los dones siguientes 13 y 14 están reducidos a trocitos de corcho o guisantes remojados que, con palillos sirven para componer los sólidos

geométricos y las posiciones de rectas en el espacio; y de una substancia para modelar que puede dar dichos sólidos con mayor fidelidad obteniéndose fácilmente las principales formas cristalográficas, y esto por los procedimientos de biselamiento y truncadura prácticas que teóricamente forman los cristales derivándolos de las formas fundamentales.

Las adjuntas figuras fueron *inventadas* por uno de nuestros alumnos y pueden servir para dar una idea de lo que puede hacerse con los dones de Froebel, y para ser *imitadas* por los niños.

229. **Opinión.** Lo anteriormente expuesto habrá hecho ver claramente la preponderancia de la Matemática en el método Froebeliano. Nada hemos de objetar a su empleo juicioso y so'amente lo transformaríamos un poco poniéndole en relación con el sistema métrico decimal e introduciendo algunas piezas nuevas como arcos y semiarcos de puente, pirámides, cilindros y conos que lo aproximasen a los *arquitectos* o cajas de construcción que tanto agradan a los niños, al mismo tiempo que completan las formas geométricas.

Claro es que Froebel no agotó con sus dones el material de enseñanza, ni con sus principios y procedimientos los que deben servir para la instrucción infantil, pero es de notar que fué preciso un siglo entero para realizar algún progreso serio en esta dirección.

## 2.—El Método Montessori.

230. **Fundamentos.**—La doctora Montessori amplió considerablemente la idea Froebeliana. Como

él empieza con una educación sensorial, pero ella la extiende sistemáticamente a la parte motriz y táctil fundamental en el niño. Busca también su espontaneidad pero la lleva hasta la auto-determinación y la autocorrección. Completa el material de Froebel, suprime una parte y evita fatigar al niño con los análisis y las comparaciones forzadas que el niño prácticamente percibe y con las cuales tiene suficiente. Pero también como Froebel, al introducir al niño en el mundo de las formas concede un gran espacio en su método a la Geometría. Su material, por otra parte, al apelar a la motricidad se renueva en una dirección particularmente fecunda. Bastará indicarlo para comprender su manejo e importancia, que por otra parte pueden estudiarse de un modo especial.

**231. El material para la educación sensorial.—**

a) Tres colecciones de ajustes de sólidos. En una los cilindros son todos de igual altura, pero distinto diámetro; en la segunda varían diámetro y altura, y en la tercera sólo la altura. El niño ha de insertarlos en el hueco correspondiente. Si se equivoca llegará un momento en que un cilindro no cabrá en ninguno de los huecos libres.

b) Cubos color de rosa, son 10, desde 1 dm. de arista hasta 1 cm. Han de colocarse formando torre por tamaño decreciente. Una equivocación supone la inestabilidad del edificio.

c) Prismas de color castaño oscuro. Son 10 prismas de 20 cm. de longitud y de sección cuadrada que disminuye desde 10 cm. a 1 cm. Se usa formando una escalera.

d) Listones de madera, de sección cuadrada de 4 cm. de lado. Son 10 y su longitud varía desde 10 cm. a 1 m. llevando coloreados alternativamen-

te de rojo y azul los decímetros. Se usa como los anteriores, pero sirven además para contar, sumar y restar, y dan una intuición clara de la relación entre la cantidad y el número.

e) Varios sólidos geométricos, prismas, pirámides, cilindros, cono y esfera, que los niños reconocen por el tacto (sentido stereognóstico) y cuya movilidad y equilibrio estudian.

f) Tablitas rectangulares con superficies lisas y ásperas. Reconocidas al tacto contribuyen a dar por este sentido la noción de forma y extensión.

g) Tablitas de madera de pesos diferentes. Al apreciarlos se tiene la sensación directa del *mayor*, *igual* y *menor*, mediante el sentido básico.

**232. Las formas geométricas.** Presenta cuadros que contienen seis cuadritos, en cada uno de los cuales va encajada una figura geométrica que se retira y se encaja después seleccionándola de las seis que entran en el cuadro. En uno de éstos, las figuras son círculos de distinto diámetro; en otro, rectángulos de distinta base e igual altura; en otro, diversas clases de triángulos; en otro, seis polígonos regulares a partir del pentágono; en otro, un rombo, un romboide, un trapecio rectángulo, uno isósceles, una elipse y un óvalo, y en el último dos figuras irregulares y cuatro en blanco. (Creemos esto fácilmente mejorable dejando en el penúltimo solamente cuadriláteros, podía añadirse el trapecoide general y la *cometa*, incrementando el último con las dos figuras sobrantes del anterior más el triángulo de lados curvos entrantes y el ovoide). Los seis cuadros no son fijos en cada tablero, sino que pueden cambiarse para graduar las dificultades, pudiendo hacerse el re-

conocimiento por la vista o el tacto con los ojos tapados.

Las mismas figuras geométricas y de igual tamaño se hallan reproducidas en tres series de tarjetas: en la primera, la forma llena, recortada en papel azul y pegada; en la segunda hay sólo un contorno de la figura, pero de medio centímetro de ancho en papel azul; en la tercera serie, la figura está trazada mediante su contorno con una línea corriente en tinta.

Para usar este material, evidentemente muy graduado, coloca el niño la forma geométrica de madera sobre la correspondiente tarjeta. Claro es que se dan los nombres de todas las formas, que los niños asimilan fácilmente.

**233. El material didáctico para la Aritmética.**—

a) Series de tarjetas en que están pegados números de papel de lija.

b) Grandes cartones con las mismas figuras en papel liso para la numeración de 10 en adelante.

c) Dos cajas con palillos en forma de huso para contar.

d) La Tabla de multiplicar formada por clavos de cabeza brillante formando un cuadro lleno de 10 clavos por lado. Con un cordón verde se envuelve el rectángulo que corresponde al producto.

e) La Tabla de multiplicar formada por un cuadro de orificios a los que se ajustan clavijas que formen el rectángulo representativo del producto.

**234. Opinión.**—El método Montessori es apropiado para párvulos solamente (por eso damos sólo el material para este grado, y las tablas de multiplicación por su importancia). Y aun en las escuelas francesas hemos podido recoger la certeza

de que los mismos párvulos se cansan pronto del material Montessori que dominan rápidamente.

Lo valioso del método es su orientación, que debe revolucionar la enseñanza y la educación por completo.

El aspecto excesivamente geométrico de la educación sensorial en lo referente a formas ha sido criticado por Biciulesco, quien en sustitución del material Montessori propone objetos de la vida real: ventanas con cristales desmontables, armarios con puertas que se separan y se encajan, mesas con cajones de dimensiones diversas; vasos que varían como los cilindros de que antes se habló, platos, marcos de cuadro. Los cubos y prismas se sustituyen por baúles, tarros de confitura, toneles ... Las siluetas de formas geométricas, por otras siluetas de objetos o seres vivientes, etc.

La manera de operar es la misma y seguramente este material resultará más atractivo en principio que el de la Montessori; dudamos, sin embargo, de que sea tan educativo como aquél y aunque el interés que lleva consigo lo que el objeto representa no perturbe la intuición de la forma. Se está un poco de vuelta contra el exceso de facilidad y de intereses mediatos, y la cuestión es si la forma geométrica tiene bastante atractivo por sí misma para que el alumno trabaje.

### 3.—El Método Decroly.

**235. Sus fundamentos.**—Para nosotros tiene especial importancia la consideración de este método porque representa algo intermedio, tal vez

una solución armónica, entre la enseñanza clásica por materias separadas, que es la más adecuada para la Matemática por sí misma, y la enseñanza puramente ocasional a que tienden las escuelas nuevas. En efecto, dice Decroly que es preciso cuidar de que la enseñanza esté dominada por ciertas ideas generales para que no se convierta en una colección de detalles aislados.

Como consecuencia de esto, Decroly agrupa la materia de la enseñanza en sus conocidos Centros de Interés, y las actividades, en ejercicios de *observación*, de *asociación* y de *expresión*; y como medio indirecto de aprendizaje, predominante casi en los primeros grados, el *juego*, construyendo los mismos niños gran cantidad del material que se emplea, formado en gran parte por cartones con imágenes.

**236. La aplicación.**—Los niños adquieren el concepto de número contando los objetos que los rodean, dándoles nombre, los relacionan también con las cifras, sin escribirlas ellos, mediante la presentación de tarjetas, y reconocen también los números en las imágenes, así, por ejemplo, en un paisaje reconocen los árboles, las casas, los animales que aparecen, y colocan en el friso que lleva el cuadro otras tarjetitas con las imágenes correspondientes sueltas. Más tarde colocan las cifras, y solamente después aprenden a escribirlas.

Las operaciones se aprenden de la misma manera, bien contando y agrupando objetos, bien mediante cuadros en que existen grupos de objetos interesantes: cerezas, golondrinas, etc., el niño coloca frente a cada grupo la tarjeta con el número que le corresponde, otra con el signo de la operación, y debajo otra con el resultado.

Al sistema métrico dedica Decroly mucho tiempo, tal vez demasiado, pero hay que tener en cuenta que las medidas son base de muchos cálculos y conviene dar la noción exacta. Siguiendo el método histórico, empieza por formar un sistema de medidas *naturales* como son: para pesos, castañas; para volúmenes, el dedal, la taza y la jarra; para superficie, el pañuelo, el corral; para longitud, el dedo, el palmo, la braza... Sólo más adelante pasa al S. M. D.

El tiempo da también motivo a ejercicios útiles. El péndulo sirve para contar, y cuando se le hace batir segundos su longitud se toma para el metro del que realmente difiere muy poco. El reloj y el calendario son utilizados para la realización de ejercicios y los mismos niños forman un gran calendario para todo el año que lleva en el centro un reloj, a continuación periféricamente las cuatro estaciones con sus tres meses cada una como trapecios poligonales, y dentro de cada uno de éstos separados los días, con indicación en cada uno mediante un dibujo, un grabado recortado y pegado, una nota de algún suceso de trascendencia que ocurra el día en cuestión.

La Geometría se estudia con ocasión de las medidas y croquis que exige el trabajo manual.

**237. Opinión.**—La exposición que antecede limitada por la escasez de espacio, puede dar una idea de lo que es el método Decroly en lo que se relaciona con la enseñanza de la Matemática. Opinamos que se pasa demasiado tiempo con ejercicios como las medidas naturales, ya que basta generalmente que en una sola clase los niños midan a palmos una cierta extensión para conven-

cerles de la naturalidad, pero arbitrariedad e inconvenientes de tales medidas.

Hasta el uso con profusión de cuadros y tarjetas está siendo criticado y considerado como algo anticuado y excesivo por los psicólogos y pedagogos norteamericanos. Del método en cuestión conviene tomar algunos procedimientos y sugerencias, pero... su principal mérito no reside en el aspecto parcial de la enseñanza de la Matemática.

#### 4.—La Matemática en las Escuelas Nuevas.

238. Su carácter.—La enseñanza metódica que la Matemática requiere no se compagina muy bien con el carácter de estas escuelas en que el respeto a la personalidad individual se traduce en una *autonomía* que llega en algunos casos a verdadera anarquía recordando la Escuela de Tolstoi. Otros de sus caracteres, la apelación a la *experiencia individual* y la relación íntima con la *sociedad*, pueden ser ocasión de métodos y procedimientos que no variarán gran cosa los expuestos por nosotros, así, por ejemplo, fundándose en la última tendencia, los alumnos de ciertas escuelas toman como base para sus problemas los precios locales, más tarde el desarrollo de las industrias y el comercio regionales, y finalmente las industrias y el comercio mundial. Los problemas de tanto por ciento surgen, por ejemplo, como resultado de una encuesta sobre la mortalidad.

El trabajo manual es en muchas de ellas el eje de la labor escolar, y los problemas que de él

surgen, son, en su aspecto matemático, los que determinan el contenido en nuestro asignatura.

En algunas como las de Fair Hope el respeto a la iniciativa del niño llega a abolir toda enseñanza sistemática y al detalle de que se estudien los números por contar objetos, y que se opere con ellos ocasionalmente sin escribir cifras hasta los nueve años, como en la escuela de Pestalozzi. En cambio, en otras escuelas la enseñanza del cálculo se hace sistemáticamente, estableciéndose de una parte comunidades libres de trabajo y de otras cursos metódicos, dedicando prácticas especiales al cálculo, como a la lectura y la escritura.

El principio de la experiencia personal como base de educación ha dado como consecuencia el que se haya ideado material como el Mac Kinder con el cual el niño puede aprender solo. En esencia está reducido al material recomendado por nosotros aumentado con sus soluciones. Así, por ejemplo, nosotros proponemos tiras de bolas o de botones que se hacen corresponder con cifras escritas en tarjetas, y Mac Kinder presenta además cuadros con las soluciones, y otras veces apela a la obtención directa del resultado mediante la manipulación de objetos. Análogo a él es el método Winnetka.

Una ampliación de esto es el material de cálculo utilizado en algunas escuelas nuevas americanas, en el cual el alumno encuentra una serie de ejercicios graduados para su resolución, con referencia a soluciones al final de los mismos y con indicaciones de la manera de vencer las dificultades que puede encontrar en el camino. Este procedimiento robinsoniano no tiene más inconveniente que lo excesivamente largo que resulta.